

Hay una frase que me ha estado rondando estos días, y quiero que la examinemos juntos porque creo que condensa, con una economía casi sospechosa, uno de los problemas más profundos que atraviesa toda la física teórica, la matemática y, me atrevería a decir, la epistemología entera. La frase es esta: la continuidad es una cuestión de escala, y la discretización es una cuestión de observación. Y detrás, una conclusión que cierra como un cerrojo: la realidad que encontramos habla de nuestra interacción con ella más que de la realidad misma.

Y es que si uno se detiene a pensarlo, la tensión entre lo continuo y lo discreto no es un debate técnico menor. Es, posiblemente, la grieta más antigua del pensamiento racional. Los atomistas griegos, Demócrito, Leucipo, postulaban que la materia estaba compuesta de átomos indivisibles separados por vacío, una visión radicalmente discreta. Aristóteles, en cambio, defendía la continuidad de la materia y del espacio, rechazando el vacío como una imposibilidad lógica. Y esa disputa, que podría parecer resuelta o al menos superada, en realidad no ha hecho más que mutar, refinarse y reaparecer con una virulencia extraordinaria en cada revolución científica.

Cuando Newton y Leibniz, de manera independiente, construyeron el cálculo infinitesimal en el siglo diecisiete, lo que hicieron fue proporcionar un aparato matemático para tratar magnitudes continuas con una potencia operativa sin precedentes. Pero las paradojas no tardaron en aparecer. Berkeley, el obispo filósofo, atacó los infinitesimales llamándolos los fantasmas de cantidades difuntas, y tenía razón en señalar que el fundamento lógico era, por decirlo suavemente, precario. No fue hasta el siglo diecinueve, con Cauchy, Weierstrass y Dedekind, que se logró una fundamentación rigurosa del continuo matemático, con la definición ϵ -

delta de límite y la construcción de los números reales mediante cortes de Dedekind. Pero fíjense que lo que se logró fue una fundamentación del continuo como construcción matemática, no como descripción de la realidad física. Y esa distinción es absolutamente crucial para lo que vamos a discutir.

El primer golpe serio a la continuidad física vino, como todos saben, en mil novecientos, cuando Max Planck, casi a regañadientes, introdujo la idea de que la energía intercambiada entre la materia y la radiación electromagnética no era una magnitud continua, sino que venía en paquetes discretos, cuantos, proporcionales a la frecuencia. Planck no creía que esto fuera una propiedad fundamental de la naturaleza. Para él, era un truco matemático, una hipótesis de trabajo para resolver la catástrofe ultravioleta del cuerpo negro. Pero Einstein, en mil novecientos cinco, tomó esa idea en serio y la aplicó al efecto fotoeléctrico, sugiriendo que la propia radiación estaba cuantizada. Y ahí empezó una cascada que no se ha detenido.

Y aquí es donde la reflexión que nos ocupa adquiere toda su potencia. En mil novecientos veinticinco, Werner Heisenberg, junto con Max Born y Pascual Jordan, formuló la mecánica matricial. La idea era radical: los observables físicos, la posición, el momento, la energía, no se representaban como funciones continuas del tiempo, sino como matrices, como arreglos de números con índices discretos. Las magnitudes físicas eran, en su esencia matemática, discretas. No había trayectorias continuas, no había una imagen visualizable del electrón orbitando el núcleo. Había matrices, autovalores, y reglas de conmutación. Era una física de lo discontinuo, de lo algebraico, de lo abstracto. Y funcionaba. Predecía los espectros del hidrógeno con una precisión asombrosa.

Pero apenas unos meses después, en mil novecientos veintiséis, Erwin Schrödinger propuso

algo completamente distinto. Su mecánica ondulatoria describía el electrón no como un objeto puntual con propiedades matriciales, sino como una función de onda, una entidad continua que se propagaba en el espacio tridimensional, gobernada por una ecuación diferencial parcial. De repente, la continuidad volvía por la puerta grande. Había un campo continuo, una función suave, diferenciable, que llenaba el espacio. Y también funcionaba. Predecía exactamente los mismos resultados.

La comunidad física quedó desconcertada. Dos formulaciones matemáticamente distintas, una basada en matrices y magnitudes discretas, otra basada en funciones continuas en espacios vectoriales de dimensión infinita, y ambas daban las mismas predicciones físicas. Fue Paul Dirac, y de manera más rigurosa John von Neumann, quienes demostraron que ambas formulaciones eran matemáticamente equivalentes. Von Neumann, en su obra de mil novecientos treinta y dos, los fundamentos matemáticos de la mecánica cuántica, construyó el marco unificado: los estados cuánticos son vectores en un espacio de Hilbert, que puede tener una base discreta o una base continua, y los observables son operadores lineales autoadjuntos sobre ese espacio. La elección entre una representación matricial y una representación ondulatoria es, en última instancia, una elección de base. Es como elegir coordenadas. La física subyacente es la misma.

Y sin embargo, esa equivalencia matemática no resuelve la cuestión de fondo. Más bien la desplaza, la profundiza. Porque si la misma realidad física puede describirse con igual validez mediante estructuras discretas o continuas, entonces la pregunta sobre si la realidad es intrínsecamente discreta o continua pierde su carácter absoluto y se convierte en algo mucho más interesante. Se convierte, precisamente, en lo

que la frase que estamos examinando señala: una cuestión de escala.

Pensemos en esto con detenimiento. Cuando describimos un fluido, el agua que fluye por una tubería, utilizamos las ecuaciones de Navier-Stokes, que tratan el fluido como un medio continuo. Densidad, presión, velocidad, son campos continuos definidos en cada punto del espacio. Y esa descripción funciona extraordinariamente bien a escalas macroscópicas. Pero todos sabemos que el agua está compuesta de moléculas, de entidades discretas. La descripción continua es una aproximación efectiva que emerge cuando la escala de observación es mucho mayor que la distancia intermolecular. Si reducimos la escala, si nos acercamos lo suficiente, la continuidad se disuelve y aparece la granularidad discreta. La continuidad, en este caso, es literalmente una cuestión de escala. No es una propiedad intrínseca del agua, sino una propiedad de la descripción que resulta adecuada a una determinada escala de observación.

Y este patrón se repite con una regularidad casi perturbadora en toda la física. El campo electromagnético de Maxwell es continuo. Pero la electrodinámica cuántica nos dice que las excitaciones de ese campo son fotones, cuantos discretos de energía. La relatividad general de Einstein describe el espacio-tiempo como una variedad continua, suave, diferenciable. Pero cuando intentamos cuantizar la gravedad, varias aproximaciones teóricas, muy notablemente la gravedad cuántica de bucles desarrollada por Ashtekar, Rovelli y Smolin, sugieren que el espacio-tiempo mismo podría tener una estructura discreta a la escala de Planck, que es del orden de diez elevado a la menos treinta y cinco metros. A esa escala, la noción misma de punto en el espacio o de instante en el tiempo podría carecer de sentido, y la geometría del espacio-tiempo estaría cuantizada en unidades de

área y volumen. La teoría de cuerdas, por otro lado, mantiene la continuidad del espacio-tiempo de fondo, aunque introduce una longitud mínima efectiva a través de la dualidad T, que relaciona distancias grandes con distancias pequeñas. En ambos casos, lo que vemos es que la continuidad del espacio-tiempo, esa continuidad que damos por sentada en nuestra experiencia cotidiana y en la física clásica, podría ser una aproximación efectiva, una emergencia de una estructura subyacente que, a la escala adecuada, se revela como discreta.

Esto conecta directamente con el marco conceptual de las teorías efectivas y el grupo de renormalización, que es una de las ideas más profundas de la física teórica del siglo veinte. Kenneth Wilson, en los años setenta, formalizó la idea de que las leyes de la física que observamos a una determinada escala de energía son el resultado de un proceso de promediado sobre los grados de libertad de escalas más pequeñas. Cada teoría física es una teoría efectiva, válida en un rango de escalas, y sus parámetros, sus constantes de acoplamiento, fluyen con la escala según las ecuaciones del grupo de renormalización. Desde esta perspectiva, la continuidad o la discreción de una magnitud física no es una propiedad absoluta de la naturaleza, sino una característica de la descripción efectiva que resulta apropiada a la escala en la que estamos trabajando. La continuidad emerge cuando los grados de libertad discretos subyacentes son tan numerosos y están tan densamente empaquetados que, a la escala de observación, se funden en un continuo. Es exactamente lo que ocurre cuando pasamos de la mecánica estadística de Boltzmann, con sus moléculas discretas, a la termodinámica de Clausius y Kelvin, con sus variables continuas como la temperatura y la entropía.

Ahora bien, si la continuidad es una cuestión de escala, la segunda parte de la frase que estamos

analizando es aún más incisiva: la discretización es una cuestión de observación. Y aquí entramos en un terreno que mezcla la física, la teoría de la información y la epistemología de una manera que resulta fascinante.

Empecemos por algo aparentemente técnico pero que tiene implicaciones filosóficas enormes. El teorema de muestreo de Nyquist-Shannon establece que una señal continua puede reconstruirse perfectamente a partir de muestras discretas, siempre que la frecuencia de muestreo sea al menos el doble de la frecuencia máxima presente en la señal. Esto significa que la discretización, el acto de tomar muestras puntuales de una función continua, no implica necesariamente una pérdida de información. Si muestreamos con la frecuencia adecuada, la señal continua original está completamente contenida en las muestras discretas. La discretización, en este contexto, no es una propiedad de la señal, sino una estrategia de observación. Es una decisión del observador sobre cómo interactuar con la señal.

Pero en física cuántica, la discretización adquiere un carácter mucho más radical. Cuando medimos el espín de un electrón a lo largo de un eje, obtenemos uno de dos valores discretos: más o menos la mitad de la constante de Planck reducida. No hay valores intermedios. El espín está cuantizado. Pero, y esto es crucial, el estado cuántico del electrón antes de la medición puede ser una superposición continua de esos dos estados. El espacio de estados es continuo, un espacio de Hilbert complejo. La discretización aparece en el acto de medición, en la interacción entre el sistema cuántico y el aparato de medida. Es el observador, a través de su elección de qué observable medir, quien fuerza la emergencia de valores discretos a partir de un estado que, en su evolución unitaria, es perfectamente continuo. La discretización, en este sentido muy preciso, es una consecuencia de la observación.

Esto nos lleva directamente al corazón del problema de la medida en mecánica cuántica, que sigue siendo, casi un siglo después de su formulación, uno de los debates más intensos y menos resueltos de la física fundamental. La interpretación de Copenhague, asociada a Bohr y Heisenberg, sostiene que no tiene sentido hablar de las propiedades de un sistema cuántico independientemente del contexto experimental. El observador y el aparato de medida son parte inseparable del fenómeno. Bohr insistía en que la física no nos dice cómo es la naturaleza, sino qué podemos decir sobre la naturaleza. Y esa distinción, que a primera vista puede parecer un matiz semántico, es en realidad una posición epistemológica de una profundidad extraordinaria.

Y es precisamente aquí donde la tercera parte de la reflexión que estamos examinando encaja con una precisión que resulta casi inquietante. La realidad que encontramos habla de nuestra interacción con ella más que de la realidad misma. Si uno se toma esta frase en serio, y creo que hay razones muy sólidas para hacerlo, lo que está diciendo es que las propiedades que atribuimos a los sistemas físicos, su continuidad o su discreción, su determinismo o su indeterminismo, su localidad o su no localidad, no son propiedades intrínsecas de una realidad independiente del observador, sino que son el resultado de una interacción específica entre el observador y lo observado. El marco teórico que utilizamos, los instrumentos que empleamos, las preguntas que formulamos, todo eso configura la realidad que encontramos.

Esta idea tiene raíces profundas en la filosofía. Kant, en la *Crítica de la razón pura*, argumentó que el espacio y el tiempo no son propiedades de las cosas en sí, de los noúmenos, sino formas a priori de nuestra sensibilidad, estructuras que imponemos a la experiencia para que esta sea posible. No conocemos la realidad tal como es, sino tal como se nos aparece a través de las

categorías de nuestro entendimiento. Y lo que la física del siglo veinte ha hecho, de una manera que Kant probablemente no habría anticipado, es darle a esta intuición un contenido operativo preciso. En relatividad, las longitudes y los intervalos temporales que medimos dependen de nuestro estado de movimiento. No hay un tiempo absoluto ni un espacio absoluto. Las magnitudes que encontramos son relativas al observador. En mecánica cuántica, como hemos visto, los valores que obtenemos dependen de qué elegimos medir. El estado cuántico, según interpretaciones como la conocida como QBism, pronunciado cubismo, desarrollada por Fuchs, Mermin y Schack, no es una descripción objetiva del sistema, sino una codificación de las expectativas del agente que realiza las mediciones. Es una herramienta para navegar la experiencia, no un espejo de la realidad.

John Archibald Wheeler, uno de los físicos más visionarios del siglo veinte, llevó esta línea de pensamiento a su expresión más radical con su programa it from bit. Wheeler proponía que toda la física, toda la materia, toda la energía, toda la geometría del espacio-tiempo, emerge en última instancia de la información, de respuestas binarias a preguntas de sí o no formuladas por observadores. La realidad, en esta visión, no es algo que está ahí fuera esperando ser descubierta, sino algo que se construye en el acto de observación. Cada medición es un acto de creación, en el sentido de que da existencia definida a propiedades que, antes de la medición, no estaban definidas.

Y si esto les suena a constructivismo radical, bueno, en cierto sentido lo es, pero con una diferencia fundamental respecto al constructivismo social o al posmodernismo. El constructivismo que emerge de la física teórica contemporánea no dice que la realidad sea una construcción arbitraria o que todas las descripciones sean igualmente válidas. Las

ecuaciones de la mecánica cuántica hacen predicciones de una precisión asombrosa, verificadas experimentalmente con hasta doce cifras significativas en el caso del momento magnético anómalo del electrón. Lo que dice es que la estructura de esas predicciones, la forma en que la realidad se nos presenta, está inseparablemente ligada a la estructura de nuestra interacción con ella. No es que inventemos la realidad, es que la realidad que encontramos es el producto de un acoplamiento entre lo que hay y cómo lo interrogamos.

Así que cuando decimos que la continuidad es una cuestión de escala, estamos diciendo que el continuo matemático que utilizamos en nuestras teorías es una idealización que funciona porque operamos a escalas donde la granularidad subyacente, si es que existe, es inaccesible. Y cuando decimos que la discretización es una cuestión de observación, estamos diciendo que los valores discretos que medimos, los cuantos de energía, los espines, los niveles atómicos, son el resultado de una interacción específica entre un sistema y un aparato de medida, no una revelación de la estructura íntima de una realidad independiente. Y cuando concluimos que la realidad que encontramos habla de nuestra interacción con ella más que de la realidad misma, estamos articulando, con una claridad notable, una posición que la física fundamental ha ido construyendo, a veces a regañadientes, a veces con resistencia, durante más de un siglo.

Y sin embargo, y esto me parece importante subrayarlo, esto no es una invitación al solipsismo ni al relativismo epistémico. La realidad impone restricciones feroces a lo que podemos observar. No podemos medir cualquier cosa, ni obtener cualquier resultado. Las simetrías, las leyes de conservación, las constantes fundamentales, todo eso tiene una rigidez que no depende de nosotros. Lo que la reflexión que estamos analizando nos invita a hacer es a ser más

cuidadosos, más humildes y más precisos cuando hablamos de lo que nuestras teorías nos dicen sobre la naturaleza. Nos invita a distinguir entre la estructura matemática de nuestros modelos y la ontología del mundo. Nos invita a reconocer que cuando decimos que el espacio es continuo o que la energía es discreta, estamos haciendo afirmaciones sobre nuestros modelos y sobre nuestra interacción con el mundo, no sobre el mundo tal como es en sí mismo, si es que esa frase tiene siquiera sentido.

Y quizás esa sea la lección más profunda de todo esto. Que la pregunta sobre si la realidad es continua o discreta podría ser, en última instancia, una pregunta mal formulada. No porque carezca de interés, sino porque presupone que la continuidad y la discreción son propiedades que la realidad tiene o no tiene de manera independiente de cómo la interrogamos. Y si algo nos ha enseñado el último siglo de física fundamental, es que esa presuposición es, como mínimo, sospechosa. La continuidad y la discreción son, antes que nada, categorías de nuestra descripción, herramientas de nuestro aparato cognitivo y matemático, y la realidad que encontramos a través de ellas es, inevitablemente, un reflejo tanto de nosotros como de aquello que intentamos comprender.